

Aflevering i uge 5

Opgave

Jeg vil løse følgende ligningssystem med hensyn til $z, w \in \mathbb{C}$:

$$\begin{aligned}w + (1 + i)z &= -1, \\(1 - i)w - z &= 1.\end{aligned}$$

Isolering af z i den nederste ligning giver $z = (1 - i)w - 1$, som så indsættes i den øverste ligning, hvilket giver følgende:

$$\begin{aligned}0 &= w + (1 + i)((1 - i)w - 1) + 1 = w + w(1 + i)(1 - i) - (1 + i) + 1 \\ &= w + w(1^2 - i^2) - i = 3w - i,\end{aligned}$$

og dermed $w = i/3$. Indsættelse af dette udtryk i den nederste ligning giver nu

$$1 = (1 - i)\frac{1}{3}i - z \Leftrightarrow z = \frac{1}{3}i - \frac{1}{3}i^2 - 1 = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i.$$

Det kan altså konkluderes, at

$$(w, z) = \frac{1}{3}(i, 2 - i),$$

som ved indsættelse ses faktisk at være en løsning. □