

Aflevering i uge 46

Betragt sandsynlighedsrummet (E, \mathcal{F}, P) , hvor

$$E = \{(m_i) \mid (u_i) \text{ for } i = 2, 3, \dots, n\}.$$

Her betegner u_i udfaldet af det i 'te kast med en „ærlig“ mønt – det vil sige en mønt hvor $P(\text{plat}) = P(\text{kroner}) = \frac{1}{2}$ –, altså enten plat (p) eller krone (k). Lad nu X være en stokastisk variabel, der er givet ved

antal uafhængige kast med en „ærlig“ mønt, indtil man første gang får to plat eller to krone i træk.

Vi bemærker, at for $X = n$ er

$$u_2 \neq u_3 \neq \dots \neq u_{n-1} = u_n.$$

Vi deler nu muligheden for $X = n$ ind i to tilfælde, nemlig når n er lige og når n er ulige:

$$\begin{aligned} n \text{ lige: } & (p, k, p, k, \dots, p, p) \text{ og } (k, p, k, p, \dots, k, k); \\ n \text{ ulige: } & (p, k, p, k, \dots, k, k) \text{ og } (k, p, k, p, \dots, p, p). \end{aligned}$$

Altså ser vi, at for ethvert $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ er der netop 2 muligheder, og da der for n kast med en „ærlig“ mønt er $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ mulige udfald, er

$$P(X = n) = \frac{2}{2^n} = 2^{1-n}.$$