

Aflevering i uge 39

Øvelse 197

Den samlede pris for dyrene var 1770 kroner, og prisen for en hest og en okse var henholdsvis 31 kroner og 21 kroner. Kald nu antallet af heste x og antallet af okser y , så kan det bestemmes, hvor mange dyr af hver slags bonden købte, ved at løse ligningen

$$31x + 21y = 1770. \quad (1)$$

med hensyn til $(x, y) \in \mathbb{N}^2$. Først leder jeg efter én løsning til (1). Jeg noterer mig, at $1770 \equiv 6 \pmod{21}$. Ved at regne videre i \mathbb{Z}_{21} , finder jeg følgende:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 31 &\equiv 10, \\ 2 \cdot 31 &\equiv -1, \\ 3 \cdot 31 &\equiv 9, \\ &\vdots \\ 9 \cdot 31 &\equiv 6. \end{aligned}$$

Nu fås dernæst, at

$$31 \cdot 9 + 21y = 1770 \Leftrightarrow y = 71.$$

En mulig løsning til (1) er altså $(x, y) = (9, 71)$. Lad nu $k \in \mathbb{Z}$, så følger det af Proporsition 2 på Ugeseddel 2, at samtlige løsninger til (1) er på formen $(x, y) = (9 + 21k, 71 - 31k)$. Løsningen til (1) er altså

$$(x, y) = (9, 71), \quad (x, y) = (30, 40) \quad \text{og} \quad (x, y) = (51, 9).$$