# Aflevering i uge 40

## Opgave 31

Jeg betragter det generelle tilfælde med $n$ parallelkoblede resistorer, med resistanserne $R_1$, $R_2, \dots, R_n$. Der gælder, at erstatningsresistansen $R$, for de $n$ resistorer, er givet ved

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \Leftrightarrow R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}. \tag{1}$$

Kald den relative fejlmargin på hver resistor $p$, så er $dR_i = R_i p$. For at den finde den maksimale fejlmargin på $R$, skal jeg have beregnet differentialet af $R$, der er givet ved

$$dR = \frac{\partial R}{\partial R_1} dR_1 + \frac{\partial R}{\partial R_2} dR_2 + \cdots + \frac{\partial R}{\partial R_n} dR_n. \tag{2}$$

Jeg omskriver nu det første led i (2):

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial R_1} dR_1 &= \frac{\partial}{\partial R_1}\left[\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}\right] dR_1 = -\frac{\frac{\partial}{\partial R_1}\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right]}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right)^2} R_1 p \\ &= -\frac{\frac{\partial}{\partial R_1}\left[\frac{1}{R_1}\right]}{\left(\frac{1}{R}\right)^2} R_1 p = -\frac{-\frac{1}{R_1^2}}{\frac{1}{R^2}} R_1 p = R^2 p \frac{1}{R_1}.\end{aligned} \tag{3}$$

Det ses tydeligt, at alle ledene i (2) er symmetriske, så af (3) følger det nu, at

$$dR = R^2 p \frac{1}{R_1} + R^2 p \frac{1}{R_2} + \cdots + R^2 p \frac{1}{R_n} = R^2 p \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right) = Rp. \tag{4}$$

For at kunne løse opgaven, beregner jeg nu værdien af $R$. Med $R_1 = 25\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$ og $R_3 = 50\ \Omega$, finder man følgende $R$-værdi, ved brug af (1):

$$R \approx 11{,}76\,\Omega. \tag{5}$$

Med $p = 0{,}5\,\% = 0{,}005$, fås nu af (4) og (5), at

$$dR = Rp \approx 11{,}76 \cdot 0{,}005\,\Omega \approx 0{,}05882\,\Omega.$$

Konklusion: Den maksimale fejlmargin på $R$ er cirka $59\,\mathrm{m}\Omega$.